**Hozzárendelési feladat**

Kapcsolódó videó: <https://youtu.be/1KLtUFrgPjw>

Hozzárendelési feladat: Adott *n* számú dolgozó, és ugyanennyi munka. Az egyes dolgozók a munkákat különböző költségekkel tudják végrehajtani. Osszuk szét a dolgozók között az összes munkát úgy, hogy minden dolgozó pontosan egy munkát kapjon és a munkavégzés összköltsége minimális legyen.

Jelölje *cij* a *j*-edik munka elvégzésének költségét, ha azt az *i*-edik dolgozó hajtja végre. Ekkor a feladat megadható a *C* = [*cij*] mátrixszal, melynek mérete *n* x *n*. Sőt, a feladat úgy is megfogalmazható, hogy adott egy *n* x *n*-es mátrix, válasszunk ki minden sorából és oszlopából pontosan egy elemet úgy, hogy a kiválasztott elemek összege minimális legyen.

*Magyar módszer*

A hozzárendelési feladat megoldására használható az ún. magyar módszer, melynek ismertetéséhez szükségünk lesz az alábbi fogalmakra.

Egy mátrix valamely sorát/oszlopát kötött sornak/oszlopnak nevezzük, ha mellette/felette egy “+” jel áll. A mátrix valamely elemét szabad elemnek nevezzük, ha nincs semmiféle jellel ellátva, és sem a sora, sem az oszlopa nincs lekötve. Speciálisan, ha az illető elem 0, akkor szabad 0-ról beszélünk.

Előkészítő rész:

1. A C költségmátrix minden sorából vonjuk ki az illető sor legkisebb elemét.
2. Az így kapott mátrix minden oszlopából vonjuk ki a szóban forgó oszlop legkisebb elemét. Ez mátrix lesz az alábbi iteráció, nulladik eleme, melyet *C(0)* fog jelölni.
3. Haladjunk végig a *C(0)* mátrix oszlopain, és minden oszlopban jelöljük meg \*-gal az első olyan nullát, amely sorában nincs még \*-gal megjelölt 0. Ha nem találunk ilyet, akkor térjünk át a következő oszlopra.

Iteráció:

1. Ha a *C(r)* mátrixban a \*-gal megjelölt 0-k száma éppen *n*, akkor készen vagyunk: az optimális hozzárendelés a \*-gal megjelölt 0-k mentén adódik. Ellenkező esetben kössük le a \*-gal megjelölt 0-k oszlopait, és folytassuk a 2. lépéssel.
2. A sorról-sorra haladva keressünk szabad 0-t. Ha nem találunk, az 5. lépés következik. Ha találunk, vizsgáljuk meg a megtalált 0 sorát. Ha ez a sor tartalmaz \*-gal megjelölt 0-t, akkor 3., ha nem, akkor a 4. lépés következik.
3. A tekintett szabad 0-t
   1. lássuk el vesszővel,
   2. kössük le a sorát,
   3. szabadítsuk fel a vele azonos sorban lévő, \*-gal megjelölt 0 oszlopát,   
      majd folytassuk a 2. lépéssel.
4. A tekintett szabad 0-t lássuk el vesszővel, és ebből kiindulva képezzük láncot az alábbiak szerint: a láncban minden ’-vel ellátott 0-t vele azonos oszlopban lévő \*-gal megjelölt 0 követ, a \*-gal megjelölt 0 után pedig vele azonos sorban lévő ‘-vel ellátott nulla következik, feltéve, hogy vannak ilyen elemek. Ellenkező esetben a lánc véget ér. Ezek után legyen *C(r+1)* a jelölések nélküli *C(r)* mátrix, és lássuk el \*-gal azokat a 0-kat, melyek \*-gal voltak jelölve és nem voltak a láncban, és azokat is, melyen ‘-vel voltak ellátva és szerepeltek a láncban. Folytassuk az első lépéssel.
5. Képezzük a szabad elemek minimumát, majd vonjuk ki azt az összes szabad elemekből, és adjuk hozzá mindazon elemekhez, melyeknek a sora is és az oszlopa is között.